

Санкт-Петербургский государственный университет  
Факультет Прикладной математики — процессов управления  
Кафедра компьютерного моделирования многопроцессорных систем

**Сдобникова Анна Михайловна**

**Выпускная квалификационная работа бакалавра**

**Исследование влияния краевых полей на основные  
характеристики пучка частиц**

Направление 010400  
Прикладная математика и информатика

Научный руководитель,  
доктор физ.-мат. наук,  
профессор

Андрианов С.Н.

Санкт-Петербург

2016

# Оглавление

<b>ВВЕДЕНИЕ .....</b>	<b>3</b>
<b>ГЛАВА 1. ПОСТАНОВКА И ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ.....</b>	<b>8</b>
§1.1    ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ. УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ.....	8
§1.2    ОПИСАНИЕ УПРАВЛЯЮЩИХ ПОЛЕЙ.....	12
§1.3    ОСНОВНЫЕ ВИДЫ И ПАРАМЕТРЫ МАГНИТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ .....	15
§1.4    ЭФФЕКТИВНАЯ ДЛИНА МАГНИТНОЙ КВАДРУПОЛЬНОЙ ЛИНЗЫ .....	20
§1.5    КРАЕВОЕ ПОЛЕ.....	21
ЗАКЛЮЧЕНИЕ К ГЛАВЕ 1 .....	25
<b>ГЛАВА 2. МЕТОДЫ И ИНСТРУМЕНТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОЛЯ МАГНИТА.....</b>	<b>26</b>
§2.1    БУСТЕР, ПРОЕКТ NICA .....	26
§2.2    ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ МАГНИТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ. ....	29
§2.3    ЗАДАЧИ МАГНИТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ПРОЕКТА NICA. ....	31
§2.4    МЕТОД ГАРМОНИЧЕСКИХ КАТУШЕК.....	32
§2.5    МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОЙ ДЛИНЫ МАГНИТА. ....	37
§2.6    ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ .....	39
ЗАКЛЮЧЕНИЕ К ГЛАВЕ 2 .....	40
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>41</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	<b>42</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ.....</b>	<b>43</b>

## Введение

Ускорители пучков заряженных частиц – это сложные инженерные сооружения, которые позволяют физикам проникнуть глубоко внутрь пространства и исследовать свойства материи на предельно малых расстояниях, подобно тому, как современные телескопы используются астрономами для изучения структуры Вселенной на возможно далёких расстояниях. Телескопы видят почти всю Вселенную, которую свет покрывает за 14 миллиардов лет, а современные ускорители «видят», что происходит на расстояниях в тысячи раз меньших размеров атомных ядер.

Хорошо известно, что ускорительные установки различной конфигурации находят большое практическое применение в самых различных областях. Ускоритель заряженных частиц — сложный комплекс устройств, направленный на получение пучков заряженных частиц высоких энергий. Современные ускорители являются огромными дорогостоящими комплексами, которые не может позволить себе даже крупное государство. К примеру, Большой адронный коллайдер в ЦЕРН представляет собой кольцо длиной почти 27 километров. Принцип действия любого ускорителя основывается на взаимодействии заряженных частиц с электрическим и магнитным полями. Электрическое поле совершает работу над частицей, то есть увеличивает её энергию, придает скорость. Магнитное же поле работы не совершает, а только отклоняет траекторию движения пучка – т.е. задаёт орбиту.

По структуре ускорительные установки можно разделить на две большие группы: *линейные ускорители*, где пучок частиц однократно проходит ускоряющие промежутки, и *циклические ускорители*, в которых пучки движутся по замкнутым кривым (например, окружностям), и проходят ускоряющие промежутки многократно.

Различие структуры предполагает, соответственно, различие предназначения ускорительной установки:

- коллайдеры – изучение столкновения частиц высоких энергий;
- бустеры – предускорители пучков заряженных частиц;
- источники синхротронного излучения – создание пучка поляризованных электронов;
- источники нейтронов – прикладные и фундаментальные исследования в физике нейтронов;
- промышленные ускорители – в основном применяются для дефектоскопии или стерилизации продуктов (в пищевой промышленности);
- установки для терапии раковых заболеваний.

В России с 2013 года ведется строительство большого ускорительного комплекса NICA (*Nuclotron-based Ion Collider fAcility*)— российского коллайдера протонов и тяжелых ионов. На базе Лаборатории физики высоких энергий (ЛФВЭ) им.В.И.Векслера и А.М.Балдина Объединенного института ядерных исследований (ОИЯИ) в городе Дубна Московской области. Планируемое окончание строительства — 2020 год.

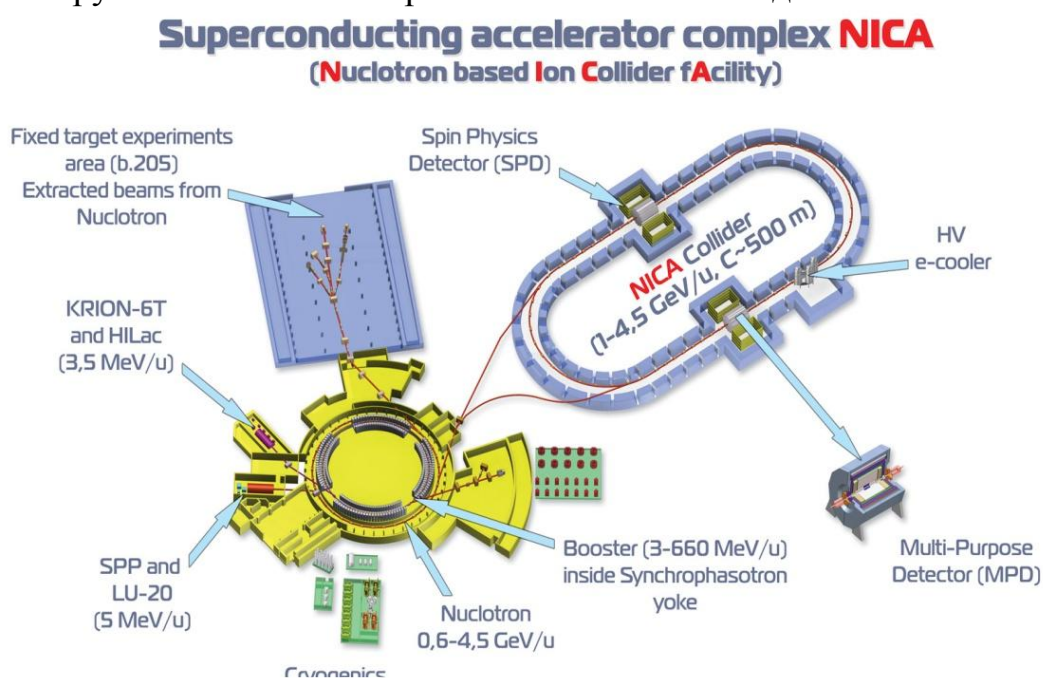


Рис.1. Схема ускорительного комплекса NICA

Ускорительный комплекс NICA состоит из двух инжекционных цепочек на базе линейных ускорителей, строящегося бустерного синхротрона (бустер NICA), существующего ускорителя Нуклотрон и разрабатываемого коллайдера пучков для проведения физических экспериментов по изучению поведения барионной материи высокой плотности в лабораторных условиях (Рис.1). Такого рода материя существует лишь в нейтронных звёздах и ядрах сверхновых звёзд, а также составляла Вселенную на ранней стадии существования. Для создания материи высокой плотности в лабораторных условиях используют столкновение встречных пучков тяжелых ионов, в которых значительная часть энергии расходуется на возникновение новых адронов и возбуждение резонансов, свойства которых могут быть существенно изменены окружающей горячей и плотной средой. При очень высоких температурах или плотностях эта смесь адронов разбивается на составные части — кварки и глюоны, образуя новое агрегатное состояние материи — кварк-глюонную плазму.

Структурными элементами бустера и коллайдера NICA, являются сверхпроводящие (СП) магниты[1]. В камере ускорителя создается высокий вакуум, и вся структура оснащается системой охлаждения жидким гелием ( $-269^{\circ}\text{C}$ ).

По сложности изготовления и применения ускорительное оборудование конкурирует только с космической техникой. Доказано, что последняя — уступает. Это связано с тем, что ускорительное оборудование работает с микроструктурой материального мира и, следовательно, требует применения высокопрецизионного оборудования как на этапах изготовления, так и в процессе юстировки каждого элемента структуры.

Известно, что любая частица, попадая в электромагнитное поле, обретает ускорение. Сила Лоренца сообщает частицам центростремительное ускорение, а, следовательно, и поворот всего пучка в магнитном поле.

Поэтому важно создать «правильное» поле для достижения нужной траектории. За это отвечают главные составляющие любого ускорителя: элементы магнитной оптики — магниты и магнитные линзы, внутри которых установлены проводники электрического тока больших значений. Картина силовых линий магнитного поля определяется формой магнитного элемента. Траектория движения пучка заряженных частиц в магнитном поле зависит от плотности расположения силовых линий и изменения их кривизны. Здесь существует проблема: на краях магнита плотность и наклонение линий магнитного поля существенно отличается от картины поля внутри магнита (Рис. 6.) и влияние таких полей, называемых «краевыми», на динамику пучка заряженных частиц может оказаться существенно велико. Необходимость учета краевых полей требует особого подхода в проектировании структуры ускорителя и его элементов, в проведении серийных измерений над магнитами, а также при непосредственной работе ускорителя и движении в нем пучка.

Об исследовании краевых полей магнитных элементов пойдет речь в данной работе. По мере погружения в область ускорительной физики, задача приобрела прикладной характер: а именно, изучение проблемы краевых полей с технической точки зрения - учет краевых полей на этапе юстировки магнитов бустера (предускорителя пучка заряженных частиц) комплекса NICA. Эта задача, несомненно, более узкая, однако ее выбор оправдан необходимостью решения на практике и на текущем этапе реализации проекта NICA.

Одним из наиболее важных параметров магнита является эффективная длина магнита. Вычисление этой величины позволяет в достаточной степени решить проблему краевых полей до того, как система войдет в эксплуатацию.

Цель работы: Исследование формы краевых полей реальных магнитов и определение эффективной длины дипольного магнита бустера (NICA)

Задачи:

- 1) исследование формы краевых полей и их влияния на основные параметры магнитных элементов;
- 2) исследование методов и технологий серийных измерений над магнитными элементами;
- 3) вычисление эффективной длины дипольного магнита бустера (проект NICA)

# Глава 1. Постановка и формализация задачи

Первая глава посвящена аналитическому обзору теории физики пучков, необходимой для решения поставленных задач. Физическое и математическое обоснование задач.

## §1.1 Основные определения. Уравнение движения частиц в электромагнитном поле.

Для погружения в область ускорительной физики приведем описание основных терминов и законов.

Введем следующее достаточно общее определение системы формирования и фокусировки пучка частиц.

**Определение 1.** Под *ионно-оптической системой* (ИОС) будем понимать такую систему транспортировки и формирования пучков, которая удовлетворяет следующим условиям:

- 1) система предназначена для транспортировки пучка из одной части пространства в другую;
- 2) основное внимание уделяется фокусировке пучка;
- 3) аппроксимирующие модели описания эволюции пучка допускают иерархическую структуру уравнений движения (при этом в качестве начальной рассматривают линейную модель);
- 4) линейная модель допускает оптические аналоги критериев качества;
- 5) нелинейные модели строят как возмущающие по отношению к линейной и описывают с помощью понятия аббераций различной природы.

**Определение 2.** Под *системой управления* в подобной установке будем понимать устройства, генерирующие электромагнитные поля, обеспечивающие выполнение поставленных задач.



**Уравнение движения.** В электромагнитном поле произвольной природы движение заряженных частиц задается уравнением Ньютона-Лоренса

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{R}}{dt}, \quad \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = q(\mathbf{E} + [\mathbf{v} \times \mathbf{B}]), \quad (1.1)$$

где  $\mathbf{R}$  — радиус-вектор наблюдаемой частицы в лабораторной системе координат,  $m, q$  — масса и заряд частицы,  $c$  — скорость света,  $\mathbf{E}$  — вектор напряженности электрического поля,  $\mathbf{B}$  — вектор магнитной индукции. Обычно система уравнений (1.1) записывается в безразмерном виде.

Пусть

$$\mathbf{v}^* = \frac{\mathbf{v}}{c}, \quad m = m_0\gamma, \quad \mathbf{E}^* = \frac{q}{m_0c^2}\mathbf{E}, \quad \mathbf{B}^* = \frac{q}{m_0c}\mathbf{B}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \beta = \frac{|\mathbf{v}|}{c}, \quad d\tau = \frac{cdt}{\gamma},$$

тогда система (1) примет вид

$$\mathbf{v}^* = \frac{d\mathbf{R}}{d\tau}, \quad \frac{d(\gamma\mathbf{v}^*)}{d\tau} = \gamma(\mathbf{E}^* + [\mathbf{v}^* \times \mathbf{B}^*]) \quad (1.2)$$

Введенные величины имеют размерности:  $[\mathbf{B}^*] = L^{-1}$ ,  $[\mathbf{E}^*] = L^{-1}$ ,  $[r] = [\tau] = L$ ,  $[\gamma] = [\beta] = 1$ . Уравнение (1.2) можно записать в несколько ином виде, используя кососимметрическую матрицу  $P$ :

$$P(\mathbf{B}, \mathbf{E}) = \begin{pmatrix} 0 & B_3 & -B_2 & E_1 \\ -B_3 & 0 & B_1 & E_2 \\ B_2 & -B_1 & 0 & E_3 \\ -E_1 & -E_2 & -E_3 & 0 \end{pmatrix},$$

и четырехмерный вектор  $\mathbf{u} = (\gamma\mathbf{v}^*, \gamma)$ ,

$$\frac{d\mathbf{u}}{d\tau} = P(\mathbf{B}, \mathbf{E})\mathbf{u} \quad (1.3)$$

## Криволинейная система координат. Кривая на плоскости.

Криволинейная система координат определяется метрическим симметрическим тензором  $g_{ik}$ :

$$(d\mathbf{R}, d\mathbf{R}) = g_{ik} dx^i dx^k, \quad i, k = 1, 2, 3. \quad (1.4)$$

С помощью обратного тензора  $g^{jl}$  можно осуществлять операции поднятия индексов. Вводя полностью кососимметрический тензор  $\xi_{ijk}$  ( $\xi_{123} = \xi_{231} = \xi_{312} = 1$ ,  $\xi_{132} = \xi_{213} = \xi_{321} = -1$ ), можно записать

$$[\mathbf{X} \times \mathbf{Y}]^k = g^{kj} \xi_{jil} x^i y^l \sqrt{g}, \quad g = \det g_{ik},$$

$$g^{kj} \cdot g_{ji} = \delta_i^j = \delta_{ji},$$

где  $\delta_{ji}$  — символ Кронекера.

Уравнение движения (1.1) можно записать в виде

$$\frac{d}{d\tau} \left( \gamma \frac{dx^j}{d\tau} \right) + \Gamma_{kl}^i \frac{dx^k}{d\tau} \frac{dx^l}{d\tau} = \sqrt{g} \cdot g^{il} \xi_{lkj} \frac{dx^k}{d\tau} B^j + E^i, \quad (1.5)$$

где  $\Gamma_{kl}^i$  — символы Кристоффеля второго рода:

$$\Gamma_{kl}^i = g^{im} \Gamma_{mkl}, \quad \Gamma_{mkl} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial g_{mk}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{ml}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^m} \right), \quad (1.6)$$

и  $\Gamma_{mkl}$  — символы Кристоффеля первого рода.

Пусть  $\mathcal{G}$  — произвольная кусочно-гладкая пространственная кривая на плоскости (*опорная кривая*), которая может быть однозначно задана с помощью кручения  $\kappa = \kappa(s)$  и кривизны  $h = h(s)$ , где  $s$  — расстояние, измеряемое вдоль этой кривой. С кривой  $\mathcal{G}$  связан ортонормированный репер  $i_1, i_2, i_3$ , в котором орты связаны между собой с помощью формул Френе:

$$\frac{di_1}{ds} = h(s)i_2, \quad \frac{di_2}{ds} = -h(s)i_1 + \kappa(s)i_3, \quad \frac{di_3}{ds} = -\kappa(s)i_2$$

и направлены по касательной, главной нормали и бинормали к кривой  $\mathcal{G}$  соответственно (Рис. 2.).

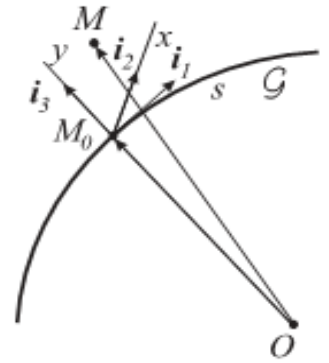


Рис. 2 Криволинейная система координат

Произвольный радиус-вектор  $\mathbf{R}(s)$  текущей точки  $M$  записывается в виде

$$\mathbf{R}(s) = \mathbf{R}_0(s) + xi_2 + yi_3,$$

где  $\mathbf{R}_0$  — радиус-вектор точки  $M_0$ , движущейся вдоль кривой  $\mathcal{G}$ . С помощью формул Френе равенство (1.4) преобразуется к виду:

$$(d\mathbf{R}, d\mathbf{R}) = dx^2 + dy^2 + ((1 - hx)^2 + \kappa^2(x^2 + y^2))ds^2 - 2\kappa y dx ds + 2\kappa x dy ds.$$

Соответствующий метрический тензор имеет вид:

$$(g_{ik}) = \begin{pmatrix} (1 - hx)^2 + \kappa^2(x^2 + y^2) & -\kappa y & \kappa x \\ -\kappa y & 1 & 0 \\ \kappa x & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.7)$$

$$g = (1 - hx)^2$$

После перехода к новой независимой переменной  $s$  вдоль опорной траектории получим два скалярных уравнения движения в поперечной плоскости в окрестности опорной кривой  $\mathcal{G}$ :

$$\begin{aligned} x'' - (h^2 + \kappa^2)x - \kappa'y - 2\kappa y' &= -h - \frac{2hx' + h'x - h\kappa y}{1 - hx} + \\ &+ \frac{1}{c\gamma\beta}((1 - hx)^2 + (x' - \kappa y)^2 + (y' + \kappa x)^2)^{1/2} \times \\ &\times \frac{1}{1 - hx}((x' - \kappa y)(y' + \kappa x)B^2 - ((1 - hx)^2 + (x' - \kappa y)^2)B^3 + \\ &+ ((1 - hx)^2 y' + \kappa(x' - \kappa y)(xx' + yy'))B^1), \end{aligned} \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned} y'' + \kappa'x + 2\kappa x' - \kappa^2 y &= -\frac{(y' + \kappa x)(2hx' + h'x - h\kappa x)}{1 - hx} + \\ &+ \frac{1}{c\beta\gamma(1 - hx)}((1 - hx)^2 + (x' - \kappa y)^2 + (y' + \kappa x)^2)^{1/2} \times \\ &\times (((1 - hx)^2 + (y' + \kappa x)^2)B^2 - (x' - \kappa y)(y' + \kappa x)B^3 - \\ &- ((1 - hx)^2 x' + \kappa(y' + \kappa x)(xx' + yy'))B^1) \end{aligned} \quad (1.9)$$

## §1.2 Описание управляющих полей

Элементы, создающие управляющие поля, распределены вдоль опорной траектории пучка. Системы, обладающие высокой чувствительностью к отклонению параметров системы от «идеальных» называются *высокопрецизионными*.

**Уравнение Максвелла.** Электромагнитное поле можно описать системой дифференциальных уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{D} &= 4\pi\rho, & \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, & \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \left( \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + 4\pi\mathbf{J} \right), \\ \mathbf{D} &= \varepsilon \mathbf{E}, & \mathbf{B} &= \mu \mathbf{H} \end{aligned} \quad (1.10)$$

Внешнему управляющему электромагнитному полю в вакууме соответствует система уравнений (при  $\mu = \varepsilon = 1$ ):

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{E}_{ext} &= 0, & \operatorname{div} \mathbf{B}_{ext} &= 0, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E}_{ext} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}_{ext}}{\partial t}, & \operatorname{rot} \mathbf{B}_{ext} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}_{ext}}{\partial t}, \\ \mathbf{D}_{ext} &= \mathbf{E}_{ext}, & \mathbf{B}_{ext} &= \mathbf{H}_{ext} \end{aligned}$$

Собственное электромагнитное поле пучка удовлетворяет системе:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{E}_{self} &= 4\pi\rho, & \operatorname{div} \mathbf{B}_{self} &= 0, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E}_{self} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}_{self}}{\partial t}, & \operatorname{rot} \mathbf{B}_{self} &= \frac{1}{c} \left( \frac{\partial \mathbf{E}_{self}}{\partial t} + 4\pi\mathbf{J} \right) \end{aligned}$$

Уравнение для скалярного потенциала ( $\mathbf{B} = \operatorname{grad} \psi$ ) :

$$\Delta \psi_{ext} = 0 \quad (1.11)$$

**Криволинейные системы координат.** Так как на начальном шаге целесообразно определять скалярный магнитный потенциал  $\psi$  из уравнения (1.11), то оператор  $\Delta$  нужно записать в терминах используемой системы координат.

$$\Delta\psi = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^i} \left( g^{ik} \sqrt{g} \frac{\partial \psi}{\partial x^k} \right), \quad (1.12)$$

где  $g = \det g_{ik}$ ,  $g_{ik}$  — метрический тензор, который характеризует систему координат. Вектор  $\mathbf{B}$  связан с  $\psi$  следующим образом:

$$\mathbf{B} = \mathbf{E}_i g^{ij} \frac{\partial \psi}{\partial x^j}, \quad (1.13)$$

здесь  $\mathbf{E}_i$  — локальные единичные векторы.

Рассмотрим криволинейную систему координат, где  $h_g = -h$ ,  $h_n = \kappa \equiv 0$ , которая определяется кривизной  $h(s)$  плоской кривой  $\mathcal{G}$ . Тогда уравнение (1.11) с учетом (1.12) преобразуется следующим образом:

$$\frac{1}{1+hx} \frac{\partial}{\partial x} \left( (1+hx) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{1}{1+hx} \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{1}{1+hx} \frac{\partial \psi}{\partial s} \right) = 0 \quad (1.14)$$

соотношение (1.14) принимает вид:

$$B_x = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad B_y = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad B_s = \frac{1}{1+hx} \frac{\partial \psi}{\partial s}, \quad (1.15)$$

**Решение уравнения (1.14) для скалярного потенциала  $\psi$ .** Выбор криволинейной системы координат для опорной кривой  $\mathcal{G}$  зависит от характеристик внешних управляющих полей. Таким образом, искомые величины необходимо представлять в виде степенных рядов по поперечным координатам в соответствующей системе координат. Следовательно, решение уравнения (1.14) должно быть в виде:

$$\psi(x, y, s) = \sum_{k,i=0}^{\infty} a_{ik}(s) \frac{x^i}{i!} \frac{y^k}{k!} \quad (1.16)$$

Рассмотрим общий случай, т.е. условием, накладываемым на потенциал  $\psi$ , является только уравнение (1.14). После подстановки соотношения (1.16) в (1.14) получилось дифференциальное уравнение:

$$\begin{aligned} a''_{ik} + kha''_{i,k-1} - kh'a'_{i,k-1} + a_{i+2,k} + a_{i,k+2} + (3k+1)ha_{i,k+1} \\ + k(3k-1)h^2a_{ik} + k(k-1)^2h^3a_{i,k-1} + 3kha_{i+2,k-1} + \\ + 3k(k-1)h^2a_{i+2,k-2} + k(k-1)(k-2)h^3a_{i+2,k-3} = 0. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Решить (1.17) можно, если изначально задать некоторые  $a_{ik}$ . Запишем (1.15) с помощью (1.16):

$$\begin{aligned} B_x = \frac{\partial \psi}{\partial x} = \sum_{i,k=0}^{\infty} a_{i,k+1} \frac{x^i}{i!} \frac{y^k}{k!}, \quad B_y = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \sum_{i,k=0}^{\infty} a_{i+1,k} \frac{x^i}{i!} \frac{y^k}{k!}, \\ B_s = \frac{\partial \psi}{\partial s} = \frac{1}{1+h\chi} \sum_{i,k=0}^{\infty} a'_{ik} \frac{x^i}{i!} \frac{y^k}{k!}. \end{aligned}$$

Выделим коэффициенты:

$$a_{1k}(s) = \frac{\partial^k B_y(0,0,s)}{\partial x^k}, \quad a_{10}(s) = B_y(0,0,s), \quad (1.18)$$

$$a_{0,k+1}(s) = \frac{\partial^k B_x(0,0,s)}{\partial x^k}, \quad a_{01}(s) = B_x(0,0,s), \quad (1.19)$$

$$a'_{00}(s) = B_s(0,0,s). \quad (1.20)$$

Величины, которые определяются уравнениями (1.18) — *нормальные силы мультипольных полей*, а величины из уравнений (1.20) — «*косые*» *силы мультипольных полей*. Если в качестве базисных коэффициентов взять коэффициенты (1.18)-(1.20), то уравнение (1.17) можно рассматривать как алгебраическое. Для нахождения остальных коэффициентов получается бесконечномерная система неоднородных линейных алгебраических уравнений, которая имеет единственное решение, так как при определенных перестановках искомых коэффициентов имеет треугольный вид с диагональными коэффициентами, отличными от нуля [3].

### §1.3 Основные виды и параметры магнитных элементов

Решение задач физики высоких энергий требует создания сложных магнитооптических систем для транспортировки частиц на экспериментальные установки. Стремление к увеличению энергии частиц влечет существенное возрастание протяженности таких систем вплоть до сотен метров и, как следствие, увеличение числа элементов транспортирующего канала. А это – существенное возрастание стоимости проекта и усложнения при наладке и эксплуатации. Уменьшение числа элементов ИОС может быть достигнуто за счет удлинения магнитных дорожек отклоняющих магнитов и квадрупольных линз, а также за счет максимального значения магнитного поля. Мы остановимся на особенностях оптического плана. Из-за многообразия систем транспортировки сформулировать общие и единые требования к элементам, образующим эти системы, довольно трудно. Перечислим те требования, которые обладают общностью или относятся не только к одному типу магнитных систем [4].

- Высокое разрешение по импульсу. Это требование в основном относится к отклоняющим магнитам. Выделение интервала импульсов приводит к уменьшению загрязнения пучка из-за распада нестабильных частиц.
- Обеспечение максимальной интенсивности пучка на выходе системы.
- Хорошая локализация пучка.
- Компенсация угловой и линейной дисперсии. Это необходимо учесть после выделения полосы импульса  $\Delta p/p_0$ , тогда исчезает необходимость увеличения апертуры линз, что связано с возрастанием стоимости установки.
- Сохранение временной структуры пучка при прохождении через систему транспортировки. Например, необходимо сохранить структуру периодического набора сгустков (движущийся пучок не является непрерывным, а разбивается на «порции»). Обеспечение изохронизма бывает

необходимо при электродинамической сепарации. Иногда бывает, наоборот, необходимо растянуть пучок, вылетающий из линейного ускорителя, так как с ним не справляется регистрирующая аппаратура. Под сохранением временной структуры пучка следует подразумевать сохранение структуры не вообще на протяжении всего канала, а только в двух точках, между которыми размещена система элементов, называемая изохронной.

- Необходимо проведение очистки пучков от фона для того, чтобы наблюдать редкие события. Представляющая большой интерес работа с пузырьковыми камерами отличается тем, что допускает загрузку их 5–10 частицами на снимок.

### Виды магнитных элементов.

Для формирования пучков заряженных частиц и придания им определенных параметров (размеров и угловой расходимости) применяют линзы. Существуют различные конфигурации типов магнитных линз – дипольные магниты и мультипольные линзы: квадрупольные, секступольные, октупольные и т.д. Однако при транспортировке и формировании пучков частиц высоких энергий, которые обычно получают на ускорителях, основную роль играют магнитные дипольные и квадрупольные линзы.

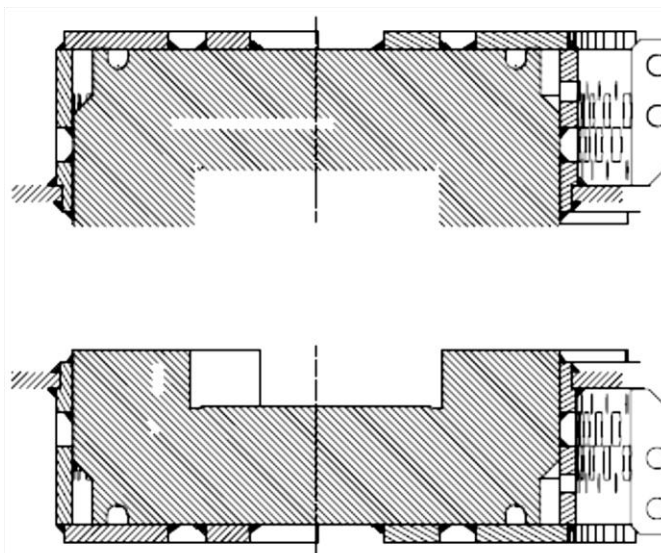


Рис.3. Дипольный магнит

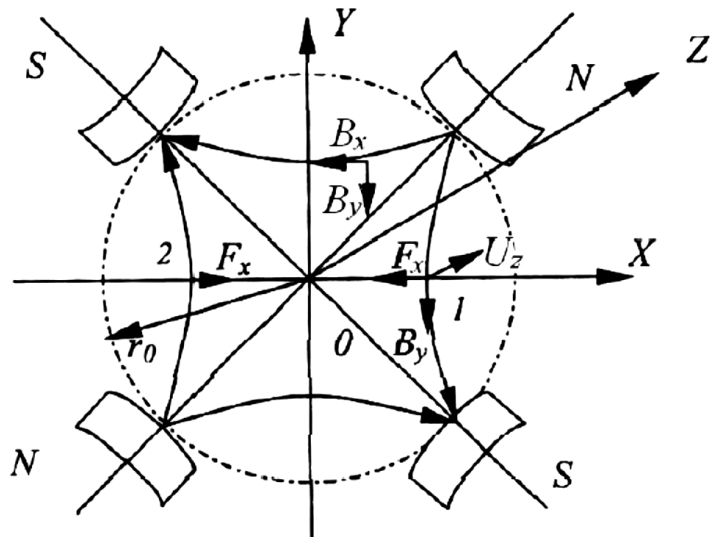


Рис. 4. Квадрупольная линза



*Дипольный магнит* — двухполюсный элемент магнитной оптики, обеспечивающий создание однородного ведущего поля, а также поворот траектории пучка в этом поле. (Рис. 3.) Именно в таком магните опорная траектория движения пучка — криволинейна.

Более подробно рассмотрим свойства магнитных элементов на примере квадрупольной линзы.

*Квадрупольная линза* представляет собой магнит, поле которого имеет две плоскости симметрии и две плоскости асимметрии. Ее составляют две пары разноименных и противоположно расположенных полюсов.

На Рис.4. изображена магнитная квадрупольная линза в прямоугольной системе координат  $x, y, z$ . Ось линзы  $z$  направлена перпендикулярно плоскости чертежа. Полюса представляют усеченные гиперболические поверхности, перпендикулярно которым направлены силовые линии магнитного поля. Усечение полюсов необходимо для размещения возбуждающих обмоток. Плоскости  $S0z$  и  $N0z$  — плоскости симметрии, а  $y0z$  и  $x0z$  — плоскости асимметрии. В точках, расположенных симметрично относительно этих плоскостей, скалярные потенциалы равны по абсолютной величине. Эквипотенциальные поверхности совпадают с поверхностью полюсов и перпендикулярны силовым линиям.

Из Рис.4. видно, что на оси линзы поле обращается в ноль. Движение заряженной частицы в магнитной квадрупольной линзе носит сложный пространственный характер, однако если начальная скорость лежит в плоскостях асимметрии, то движение будет плоским. Квадрупольные линзы относят к поперечным линзам. По сравнению с продольными — поперечные магнитные поля сильнее воздействуют на движение частиц.

Действительно, на частицу, движущуюся в квадрупольной линзе в плоскости  $y = 0$ , действует сила

$$F_x = ev_z B_y \approx evB, (N.N) \quad (1.21)$$

где  $e$  – заряд частицы,  $v_z = v$  – продольная скорость частицы, близка к значению полной скорости (из-за малости поперечной скорости),  $B_y = B$  при  $y = 0$ .

Таким образом, из выражения (1.21) видно, что действующая на частицу сила пропорциональна скорости и поперечному магнитному полю.

Одна линза собирает пучок в какой-то одной плоскости и рассеивает в перпендикулярном этой плоскости направлении. Действительно, если траектория частицы проходит через точку 1 (см. Рис. 4.) параллельно оси  $z$ , то за счет силы Лоренца на частицу действует сила, стремящаяся приблизить траекторию к оси системы. В точке 2 направление поля, а следовательно, и силы Лоренца изменится на противоположное, поэтому в плоскости  $xOz$  действие квадрупольной линзы будет фокусирующим. Пользуясь теми же рассуждениями, увидим, что в направлении оси  $y$  действие линзы будет рассеивающим, поэтому плоскости  $xOz$  и  $yOz$  называются соответственно собирающей и рассеивающей. Такому же влиянию подвергается траектория частицы в других плоскостях. Таким образом, пучок с круглым поперечным сечением, попадая в магнитную квадрупольную линзу, будет деформироваться, превращаясь во все более вытягивающийся эллипс.

Чтобы сфокусировать пучок в двух взаимно перпендикулярных направлениях, применяют систему последовательно расположенных квадрупольных линз. При этом рассеивающие и собирающие плоскости соседних линз, как правило, сдвинуты на  $90^\circ$ . Такие системы называются дуплетами, триплетами и т.д., в зависимости от количества линз в системе.

Вывод уравнений движения заряженных частиц в квадрупольных системах из них основывается на выражении для потенциала магнитного поля. Пренебрегая полями рассеяния для системы полюсов магнитный потенциал в приосевой области (линейное приближение) равен:

$$V = Gxy, \quad (1.22)$$

где  $G = \text{const}$  – градиент поля. При  $x = y = 0$ ,  $V = 0$ .

Составляющие магнитного поля равны

$$B_x = \frac{\partial V}{\partial x} = Gy, \quad B_y = \frac{\partial V}{\partial y} = Gx, \quad (1.23)$$

$$\text{Из (1.23):} \quad \frac{\partial B_x}{\partial y} = G, \quad \frac{\partial B_y}{\partial x} = G, \quad (1.24)$$

Для такой модели составляющие градиента равны, постоянны и положительны по всей апертуре, так как  $|B_x|$  растет вдоль оси  $y$ , а  $|B_y|$  – вдоль оси  $x$ . Магнитная индукция  $B_y$  линейно возрастает с расстоянием от оси.

В цилиндрической системе координат имеем

$$B_r = G\sqrt{x^2 + y^2} = Gr \quad (1.25)$$

На вершине полюсов  $B_r = Gr_0$ , где  $r_0$  – радиус вписанного в апертуру круга. Гиперболы полюсов описывает следующее уравнение

$$xy = \pm \frac{r_0'}{2}, \quad (1.26)$$

Все приведенные выражения справедливы для идеальной квадрупольной линзы, т.е. такой линзы, у которой полюса асимптотически устремляются в бесконечность, а поля резко обрываются на торцах. В действительности полюса приходится обрезать, чтобы разместить обмотки. Поэтому градиент  $G$  не будет постоянным, а реальное краевое поле спадает постепенно (производные не равны нулю), и имеет место компонента  $B_z$ , вследствие чего возникает связь между вертикальным и горизонтальным движениями. Однако в линейном приближении этой связью можно пренебречь. Для учета реальной границы поля на торцах магнитной линзы введем понятие эффективной длины.

## §1.4 Эффективная длина магнитной квадрупольной линзы

Определение *эффективной длины* магнитной квадрупольной линзы удобно провести геометрически – Рис.5., на котором изображены реальное и идеальное поля, эффективная  $L_{\text{эф}}$  и геометрическая длина  $L_0$  линзы.

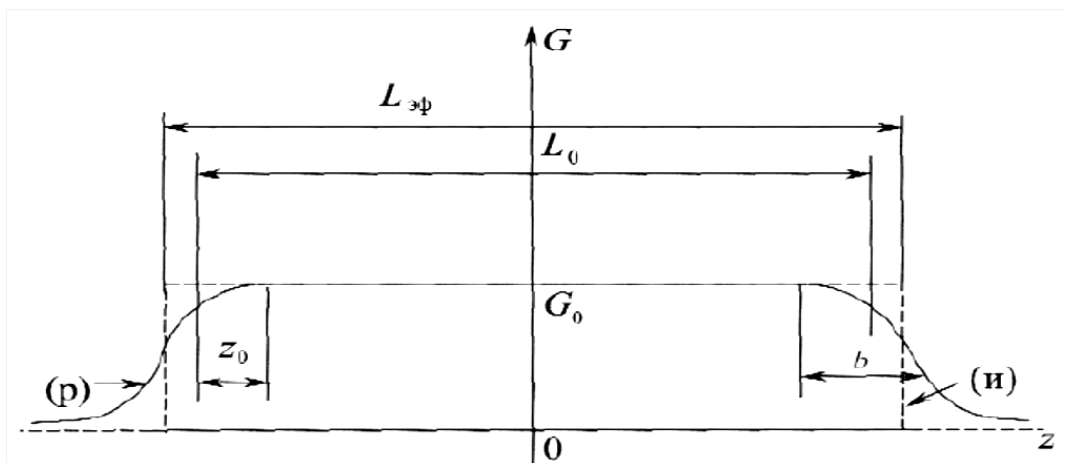


Рис.5. Геометрический смысл  $L_{\text{эф}}$

Эффективная длина магнитной квадрупольной линзы равна

$$L_{\text{эф}} = \frac{1}{G_0} \int_{-\infty}^{+\infty} G(z) dz, \quad (1.27)$$

Интеграл выражения (1.27) равен площади, заключенной между осью  $z$  и кривой реального распределения градиента линзы,  $G_0$  – максимальный градиент в центре (по длине) линзы. Из Рис. 5. видно, что градиент начинает спадать еще внутри линзы. Поле простирается на некоторое расстояние, пока практически не обратится в нуль. Таким образом, введение эффективной длины позволяет заменить картину реального поля фиктивным прямоугольным полем с градиентом  $G_0$ , простирающимся на длине  $L_{\text{эф}}$ . Эффективная длина вводится для упрощения при проведении аналитических расчетов. В этом случае необходимо границы линзы брать те, которые определены эффективной длиной. Для грубых оценок можно использовать геометрическую длину линзы  $L_0$ , а для более точных –  $L_{\text{эф}}$ .

В общем случае интеграл (1.27) вычислить аналитически невозможно, а необходимость в этом имеется, поэтому иногда применяют аппроксимацию реальной кривой распределения градиента по длине линзы. Замена реального поля аппроксимацией позволяет определить траекторию заряженной частицы в аналитическом виде.

Таким образом, по известным значениям, определяемым, экспериментально, можно найти эффективную длину магнитной линзы.

## §1.5 Краевое поле

**Определение 3.** *Краевым полем* называется непостоянная часть электромагнитного поля, генерируемого управляющей ионно-оптической системой.

Краевое поле – это реальная граница поля, которая существует у каждого без исключения магнитного элемента и которая заключает в себе плавное убывание магнитного поля вблизи геометрической границы объекта, а также «выпучивание» силовых линий магнитного поля за пределы физических размеров магнитного элемента. Оно оказывает влияние на динамику пучка, поэтому наличие краевых полей необходимо учитывать на каждом этапе разработки ускорительной системы.

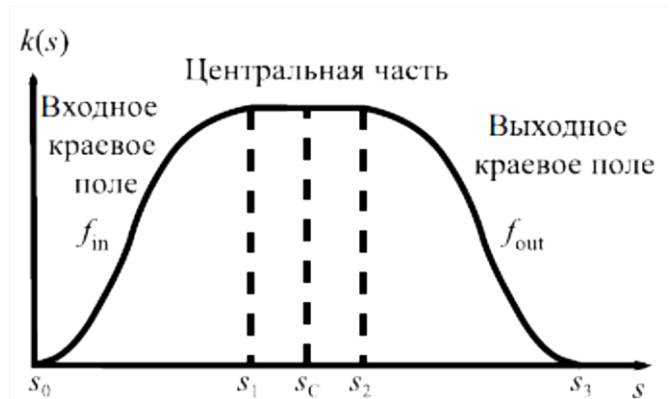


Рис. 6. Приближенная модель магнитного поля управляющего элемента

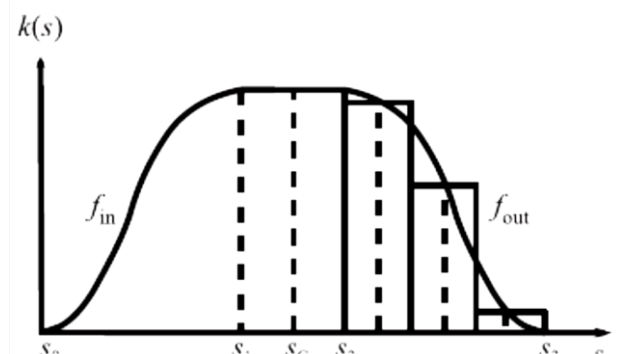


Рис. 7. Аппроксимация краевого поля

Избавиться совсем от влияния краевых полей – нельзя, однако при проектировании структурных элементов магнитной оптики возможно «подобрать» их параметры так, чтобы минимизировать это влияние.

Следует отметить, что краевое поле (а соответственно и параметр эффективной длины) зависит от многих факторов: от апертуры линзы (очевидно, что чем больше апертура, тем на большем расстоянии от краев линзы начинается спад градиента), от формы магнитного элемента, от сорта материала, из которого изготовлен магнитопровод, от конструкции обмотки и других параметров, варьирование которых позволяет управлять формой краевых полей и их влиянием на пучок.

Исходя из особенностей управляющих элементов, различают входное и выходное краевые поля. Информация о краевых полях может быть получена либо с использованием экспериментальных данных из различных источников или карт поля, либо из численного решения краевых задач для уравнения Лапласа. Все экспериментальные данные и специальные работы по краевым полям связаны с конкретными магнитными линзами или некоторыми типами линз, выпускаемых серийно. Однако подобные работы (и экспериментальные, и теоретические) могут дать только некоторую предварительную информацию о распределении поля в управляющем элементе. Массовые измерения поля (с использованием специальных стендов) достаточно дороги и обычно осуществляются для «пробных» элементов. Исследование влияния особенностей краевого поля на характеристики пучка в настоящий момент практически отсутствуют, несмотря на достаточно обширный список публикаций по данной теме, например [5].

**Форма краевого поля. Краевая фокусировка.** Ранее предполагалось, что поле на краю магнита резко спадает. Однако это выполняется далеко не всегда. Поэтому была введена эффективная длина линзы, которая показательно учитывала выпучивание поля за геометрические размеры линзы с помощью прямоугольного приближения. Чем больше значение эффективной длины по сравнению с геометрическим размером магнита, тем больше оно растянуто в пространстве, и наоборот. В отклоняющих магнитах реальное поле у границы также резко не обрывается, а следовательно, необходимо вводить соответствующие аппроксимации. Можно использовать понятие эффективной длины магнита в медианной плоскости, например

$$L_{\text{эф}} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} B_z(S) dS}{B_0}$$

где  $B_z(S)$  – вертикальное поле по длине осевой траектории,  $B_0$  – поле в центре магнита. Обычно интерес представляют зависимости эффективной длины магнита от параметра  $B_0$  и ширины магнитной дорожки (межполюсного зазора). Эти зависимости чаще всего определяются эмпирически. При увеличении  $B_0$  изменяется эффективная длина магнита. Это происходит потому, что из-за наличия углов на краях полюсов магнита происходит концентрация силовых линий, которая при увеличении индукции сопровождается неравномерным насыщением участков магнита вдоль осевой траектории. Например, для прямоугольной границы магнита параметр

$$\eta = \frac{L_{\text{жел}} - L_{\text{эф}}}{g}$$

где  $L_{\text{жел}}$  – длина железа,  $L_{\text{эф}}$  – эффективная длина магнита,  $g$  – расстояние между полюсами, при увеличении индукции до величины 2 Тл наблюдается резкое уменьшение параметра  $\eta$ . Избавиться от неравномерности параметра  $\eta$  можно путем введения скосов на границах магнита. Действительно, при скосе под углом  $45^\circ$  наблюдается слабое изменение параметра  $\eta$  во всем

диапазоне изменения  $B_0$ , а при гиперболической конфигурации скосов можно добиться независимости эффективной длины магнита от индукции  $B_0$ .

Такой способ управления формой краевого поля называется *краевой фокусировкой*.

Если края магнита срезать под прямым углом так, чтобы плоскость магнита была не просто вертикальна, но и нормальна к равновесной орбите в прямолинейном промежутке, то силовые линии краевого поля не будут иметь краевой компоненты. В противном случае будет наличествовать радиальная компонента направленная внутрь или наружу. Если продолжения плоскостей торцов магнита пересекутся в точке, расположенной от центра магнита дальше мгновенного центра кривизны, то радиальная составляющая направлена наружу; в противном случае она направлена внутрь. Все три случая продемонстрированы на Рис.8.

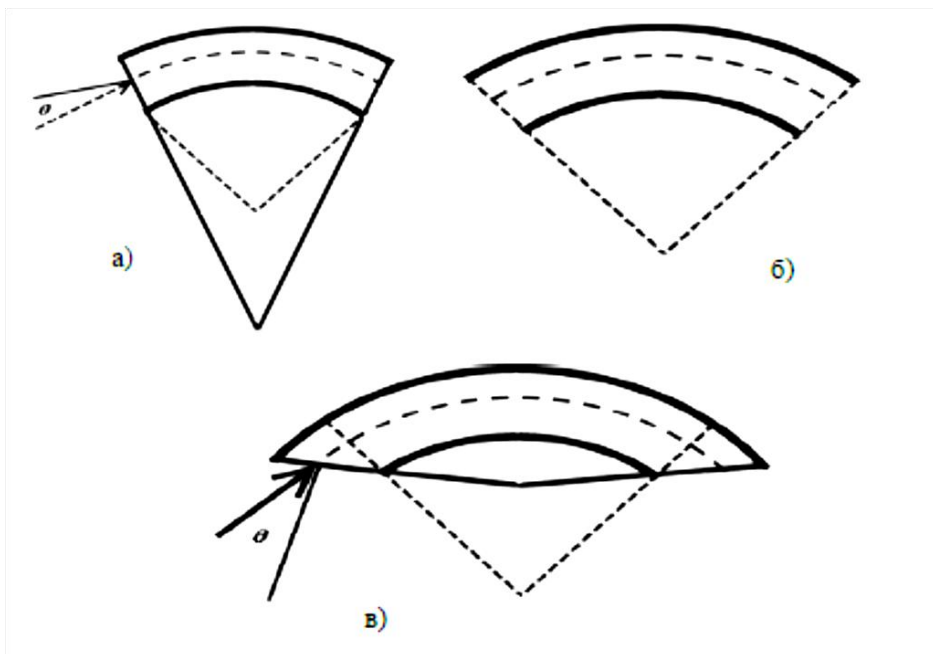


Рис.8. Различные ориентации скошенных краев магнита

а) вертикальная фокусировка, радиальная фокусировка; б) отсутствие фокусировки и дефокусировки; в) вертикальная дефокусировка, радиальная фокусировка



## **Заключение к Главе 1**

В данной главе освещены основные теоретические аспекты исследуемых задач. Введена криволинейная система координат, приведены некоторые решения уравнения движения в соответствующей системе координат. Исследованы фокусирующие свойства квадрупольной линзы, а также влияние формы краевых полей на динамику пучка (краевая фокусировка). Введено понятие эффективной длины магнита, исследованы свойства эффективной длины как параметра магнитного элемента.

## Глава 2. Методы и инструменты исследования поля магнита

В ускорительной технике магнитные элементы играют ведущую роль. Они определяют принципиальные параметры ускорительных установок, т.к. высокие требования предъявляются к характеристикам магнитных полей в этих элементах. В этой главе будут рассмотрены методы и инструменты магнитных измерений, цель которых установить соответствие значений параметров магнитного поля установленным допускам и, в частности, параметра эффективной длины на примере магнитов бустера NICA (ОИЯИ, г. Дубна).

### §2.1 Бустер, проект NICA

Строящийся бустерный синхротрон (бустер NICA) представляет собой кольцо, в котором пучок разгоняется до необходимой энергии, прежде чем попасть в основной ускоритель – коллайдер. Бустер (как и коллайдер) состоит из последовательности сверхпроводящих элементов магнитной оптики. Сверхпроводящее состояние обеспечивает система охлаждения жидким гелием при температуре 4-5 K.

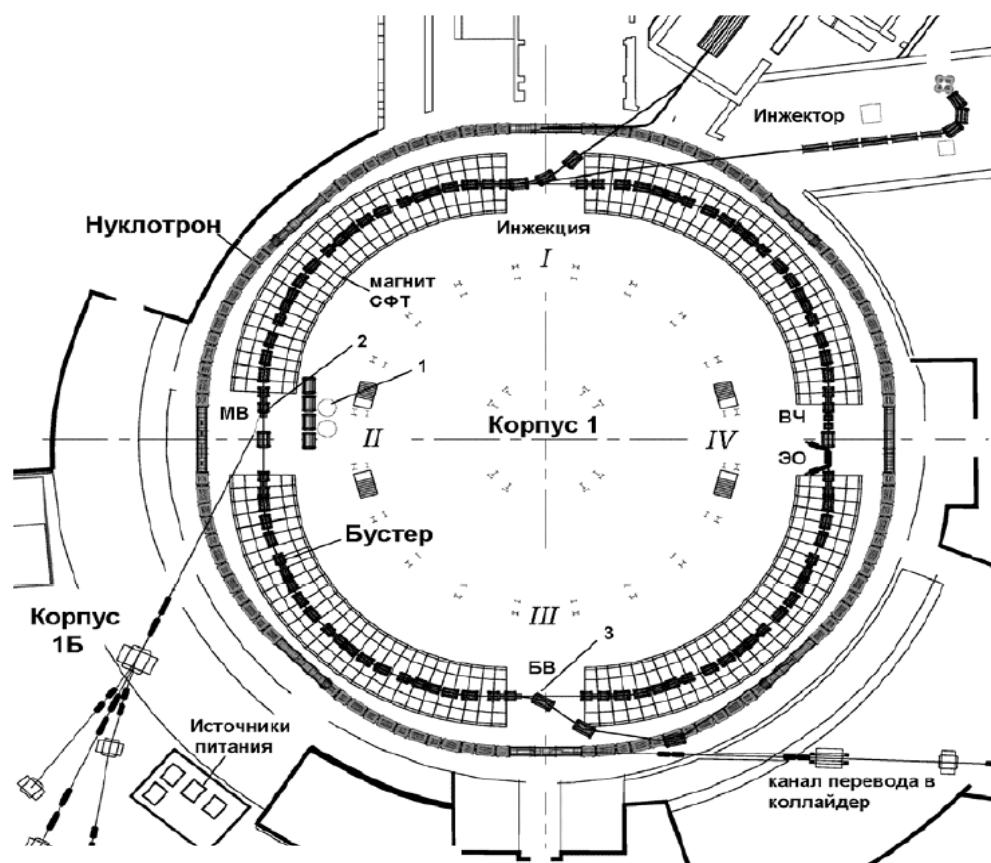
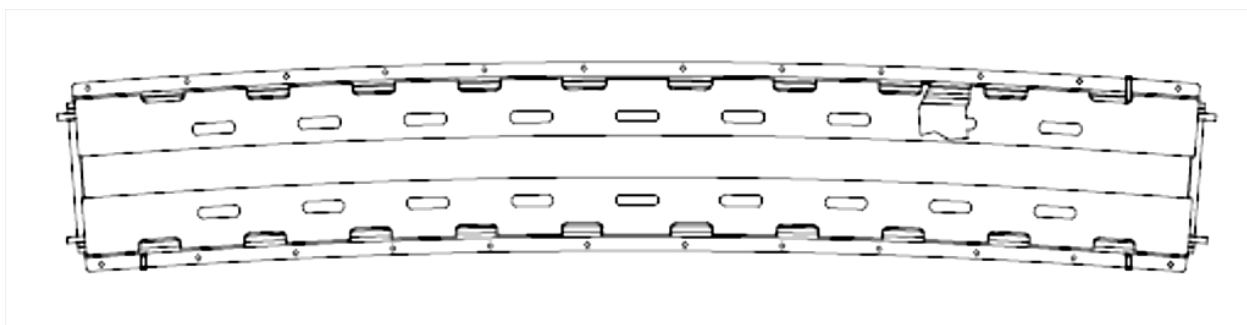


Рис. 9. Проект бустера NICA

Магнитная система Бустера (Рис. 9.) (периметр – 211.2 м, "холодная" часть составляет 180 м, а "теплые" прямолинейные промежутки 36 м), состоит из четырех суперпериодов, каждый из которых включает 10 дипольных магнитов, 6 фокусирующих и 6 дефокусирующих линз, а также мультипольные корректоры для компенсации погрешностей основного поля, нелинейностей магнитного поля и коррекции хроматичности (секступоли)[6]. [см. Приложение]

**Дипольный магнит бустера NICA.** Параметры дипольного магнита ускорителя приведены в [2]. Существенной особенностью, магнита является его секторная форма. (Рис. 10.).



**Рис. 10. Магнит секторной формы**

Радиус кривизны по центру апертуры магнита составляет 14,09 м. Максимальная величина индукции поля в магнитах составляет 1.8 Тл. Конфигурация поля в рабочей апертуре и обратный поток формируются железным сердечником. При работе магнита обмотка и ярмо охлаждаются потоком двухфазного гелия. Обмотка магнита сделана из трубчатого СП-кабеля на основе сплава NbTi. Величина рабочего тока магнита составляет ~10 кА. В цикле работы бустера предусмотрено линейное нарастание и спад магнитного поля, со скоростью 1,2 Тл/с. Поперечное сечение дипольного магнита для бустера NICA показано на Рис. 11.

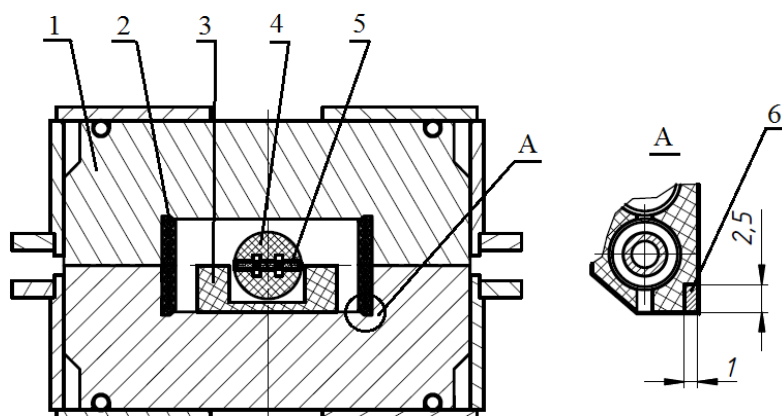


Рис. 11. Сечение дипольного магнита с датчиком, расположенным внутри апертуры.

1 – железное ярмо, 2 - обмотка, 3 - ложемент датчика магнитометрической системы, 4 – корпус датчика, 5-измерительные гармонические катушки, 6-реперная обмотка.

Параметры магнитного поля в подобных магнитах должны быть измерены с высокой точностью (относительная погрешность порядка  $10^{-4}$ ), так как разброс значений поля не должен выходить за границы допустимого интервала. В связи с этим измерительное оборудование и, в частности, проведение «холодных» (при криогенных температурах) измерений требует проведения ресурсоемких экспериментальных работ. Любое несоответствие допускам может привести к существенному изменению распределения магнитного поля внутри магнита и, как следствие, к изменению поведения пучка заряженных частиц в нем. Поэтому для проверки каждого магнита на соответствие установленным требованиям необходимо проводить измерения параметров магнитного поля несколькими (независимыми) методами, которые должны обеспечивать одинаковый (с заданной точностью) результат. В ЛФВЭ (лаборатория физики высоких энергий) ОИЯИ осуществляется сборка и серийные измерения поля магнитных элементов бустера. Методы магнитных измерений будут рассмотрены далее.

## §2.2 Общие принципы магнитных измерений.

Изготовление, установка управляющих элементов и условия их эксплуатации неизбежно вызывают различного рода неустранимые ошибки — погрешности, которые могут существенно влиять на характеристики пучка. Несмотря на то, что вычислительные методы, применяемые при проектировании магнитов, достигли достаточно высокого уровня, окончательный вердикт о соответствии предполагавшихся и полученных характеристик заключается на основании магнитных измерений — серии испытаний на соответствие всем техническим требованиям. Большой комплекс таких измерений выполняется на этапе разработки магнитов, а далее — контролируется работа магнитов в штатном режиме на действующей установке [6].

Задача измерения параметров магнитных элементов преследует три главные цели:

- раннее обнаружение дефектов, проверка качества изготовления и сборки магнита;
- получение необходимого и достаточного количества параметров, позволяющих симитировать движение пучка в вакуумной камере магнита;
- реализация методов, необходимых для достижения требуемой точности значений основных параметров магнитных элементов (юстировка).

Типичный диапазон полей в ускорительной технике лежит в интервале от сотен микро тесла до десятков тесла. Зачастую необходимо определить характеристики полей с погрешностью лучшей, чем  $10^{-4}$ , а иногда и  $10^{-5}$ . Известно достаточно много методов, применяемых в магнитных измерениях, обладающих разными возможностями. Наиболее применимым как по динамическому диапазону, так и по точности является индукционный метод.

Этот метод, обеспечивая измерение как импульсных, так и квазипостоянных магнитных полей, обладает лучшими по точности характеристиками, чем измерения датчиками Холла[7] и в отличие от ЯМР-метода [8] (ядерный магнитный резонанс), может применяться для работы с неоднородными полями.

Уникальность индукционных измерений объясняет активно проводимые работы по совершенствованию и аппаратуры, и способов измерений во многих ускорительных центрах и приборостроительных компаниях мира.

Магнитные измерения, основанные на индукционном методе, требуют соответствующих аппаратных средств и в первую очередь - интегрирующих измерителей.

Известны немало способов построения интегрирующих измерителей – от обычного аналогового интегратора до современных цифровых устройств.

Метод преобразования напряжения в частоту также получил широкое распространение в качестве основы для прецизионных измерителей постоянных или медленно меняющихся магнитных полей. Частота импульсов, выдаваемых преобразователем, определяется величиной входного напряжения, т.е. производной поля. Сумма этих импульсов за определённый интервал времени и является интегралом входного сигнала. Типовые длительности измеряемых процессов 0.1 с, погрешности достигают  $10^{-5}$

Развитие современной элементной базы делает привлекательным построение интегрирующих измерителей на основе аналого-цифровых преобразователей (АЦП). Действительно, представляется очевидным, что достаточно получить цифровой образ сигнала с помощью быстродействующего и точного АЦП, просуммировать отсчёты в течение необходимого времени интегрирования и, умножая сумму на интервал между отсчётами, определять соответствующий интеграл. Такой метод можно назвать прямым цифровым интегрированием.

## §2.3 Задачи магнитных измерений проекта NICA.

Рассмотрим систему магнитных измерений, реализованную в лаборатории магнитных измерений (ОИЯИ, г.Дубна) для тестирования магнитных элементов бустера [9].

Для обеспечения эффективной работы дипольных магнитов и квадрупольных линз, важно их сходство в основных параметрах, таких как – эффективная длина, интегральная величина поля, углы векторов поля. Для точного измерения параметров поля основан стенд магнитных измерений. Основная его задача – выявление таких следующих величин.

- ошибки повторяемости магнитного поля диполей;
- нелинейности полей и систематические погрешности магнитного поля;
- случайные погрешности магнитного поля;
- разброс величин эффективных длин магнитов;
- точность определения углов вектора магнитного поля.

В соответствии с техническим заданием на проведение магнитных измерений в каждом дипольном магните должны быть определены следующие параметры (система координат показана на Рис. 12. )

$$B_0 = B_y(s = 0) = B_{ref} * b_1 - \text{поле в центре};$$

$$BL = \int_{-\infty}^{\infty} B_y ds = B_{ref} L * b_1 - \text{интеграл магнитного поля};$$

$$L_{\text{эф}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} B_y ds}{B_0(0)} - \text{эффективная длина}; \quad \delta L_{\text{эф}} = \frac{\Delta L_{\text{эф}}}{\langle L_{\text{эф}} \rangle} < 10^{-4}$$

$$\Delta\theta = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} B_x ds}{\int_{-\infty}^{\infty} B_y ds} = \frac{a_1^*}{b_1^*} - \text{угол наклона медианной плоскости относительно средней плоскости магнита, являющейся плоскостью симметрии «верх-низ»}; \quad \delta(\Delta\theta) < 0.1 \times 10^{-3} \text{ рад.}$$

где  $b_n^*$ ,  $a_n^*$ ,  $n=1..4$  – относительные величины интегральных гармоник магнитного поля до 4-го порядка включительно, нормированные на поле в центре магнита, где  $B_{ref}$  – величина основной компоненты магнитного поля на радиусе  $R_{ref}$ . [10]

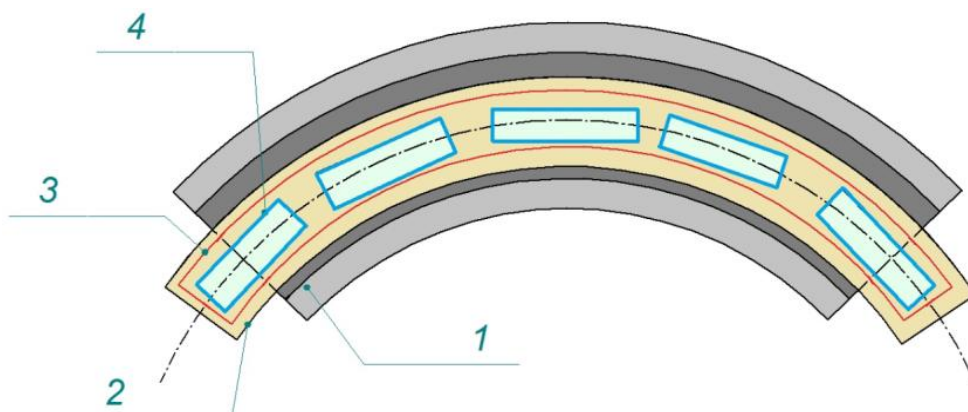
## §2.4 Метод гармонических катушек

Метод гармонический катушек позволяет с необходимой точностью измерять все характеристики дипольных магнитов, а также применим для измерений в антикриостате. [11].

Для определения основных гармоник магнитного поля необходима катушка с прецизионно намотанным проводником и лежащая на некотором отдалении от оси вращения всего датчика, которая совпадает с осью симметрии ярма магнита. Однако, для измерения высших гармоник магнитного поля, одной катушки будет недостаточно. Величина высших гармоник слишком мала, что бы четко выделить их вклад, используя лишь одну катушку. Измерительные катушки выполнены по технологии печатных плат.

Дипольный магнит Бустера – изогнутый. Поэтому измерительный датчик для него состоит из нескольких (пяти) прямолинейных относительно коротких секций, расположенных в общем ложементе, который опирается на плоскость апертуры магнита. Таким образом, точность расположения датчика внутри магнита определяется точностью изготовления его железного ярма. Внутри каждой измерительной секции находятся три радиальные измерительные катушки. Секции соединены между собой сильфонными муфтами. Крайняя секция расположена перпендикулярно плоскости торца ярма и покрывает область вне магнита, где величина поля становится достаточно малой для обеспечения необходимой точности измерения интегральных величин (Рис. 12.).





**Рис.12. Схема расположения измерительных стационарных катушек (вид в плане).  
1 – ярмо магнита, 2 - ложемент датчика, 3- виток для определения эффективной  
длины, 4 – измерительные катушки**

В каждом отдельном цикле изменения магнитного поля измерительные катушки остаются неподвижными. Измерения состоят в определении потока вектора индукции магнитного поля через катушку путем интегрирования наведенной в ней э.д.с. по времени и повторяются пошагово с разным угловым положением катушек.

Точность расположения катушек относительно магнита определяется точностью изготовления ярма и самих механических элементов измерительного датчика.

Гармонические катушки изготовлены по технологии многослойных печатных плат. Каждая плата включает в себя три одинаковые радиальные катушки, плата состоит из 20-ти слоев с 20 витками в каждом слое, так что общее число витков в каждой катушке равно 400.

Основные величины, которые позволяет реализовать метод, являются коэффициенты  $A_n$  и  $B_n$ . Рассмотрим основной принцип расчета этих коэффициентов:

Магнитное поле с цилиндрической симметрией относительно оси OZ, внутри объема магнита, т.е. в предположении неизменности распределения вдоль продольной оси, может быть разложено в ряд Фурье и представлено в виде сумм соответствующих гармоник [9]:

$$B_r(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( \frac{r}{R_{ref}} \right)^{n-1} (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \right], \quad (2.1)$$

$$B_\theta(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( \frac{r}{R_{ref}} \right)^{n-1} (-a_n \sin n\theta + b_n \cos n\theta) \right], \quad (2.2)$$

где  $b_n$  и  $a_n$  – относительные амплитуды соответствующих гармоник.

Рассмотрим рамку, вращающуюся относительно оси OZ на радиусах  $R_1$  и  $R_2$ , и имеющую длину  $L_{coil}$  и число витков  $w$ . Целью измерений является определение  $\{a_n\}$  и  $\{b_n\}$ .

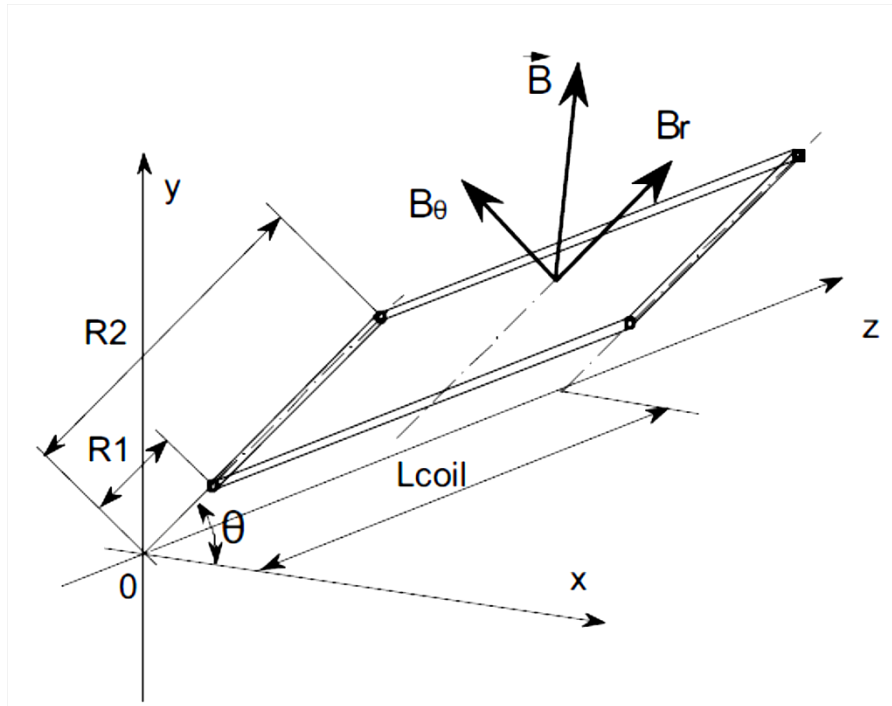


Рис. 13. Расположение измерительной катушки в магнитном поле

Тогда магнитный поток, сцепленный с катушкой, определяется как

$$\Phi(\theta) = L_{coil} w \int_{R_1}^{R_2} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{r}{R_{ref}} \right)^{n-1} (-a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \right] dr \quad (2.3)$$

или

$$\Phi(\theta) = L_{coil} w \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{R_{ref}}{n} \left\{ \left( \frac{R_2}{R_{ref}} \right)^n - \left( \frac{R_1}{R_{ref}} \right)^n \right\} (-a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \right]. \quad (2.4)$$

Измеряем магнитный поток, интегрируя по времени, напряжение с катушки для разных углов  $\theta$ . Разложив в ряд Фурье по углу  $\theta$ , имеем:

$$\Phi(\theta) = \int U(t) dt = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta) \quad (2.5)$$

Из (4) и (5) получаем:

$$a_n = -A_n \frac{n}{L_{coil} w R_{ref} \left( \left( \frac{R_2}{R_{ref}} \right)^n - \left( \frac{R_1}{R_{ref}} \right)^n \right)} = -A_n \frac{1}{S_n} \quad (2.6)$$

$$b_n = B_n \frac{n}{L_{coil} w R_{ref} \left( \left( \frac{R_2}{R_{ref}} \right)^n - \left( \frac{R_1}{R_{ref}} \right)^n \right)} = B_n \frac{1}{S_n} \quad (2.7)$$

где  $S_n$  – эффективная площадь катушки для n-ой гармоники поля.

Т.е Для случая катушки, имеющей равномерную с симметричным расположением витков относительно осей рамки:

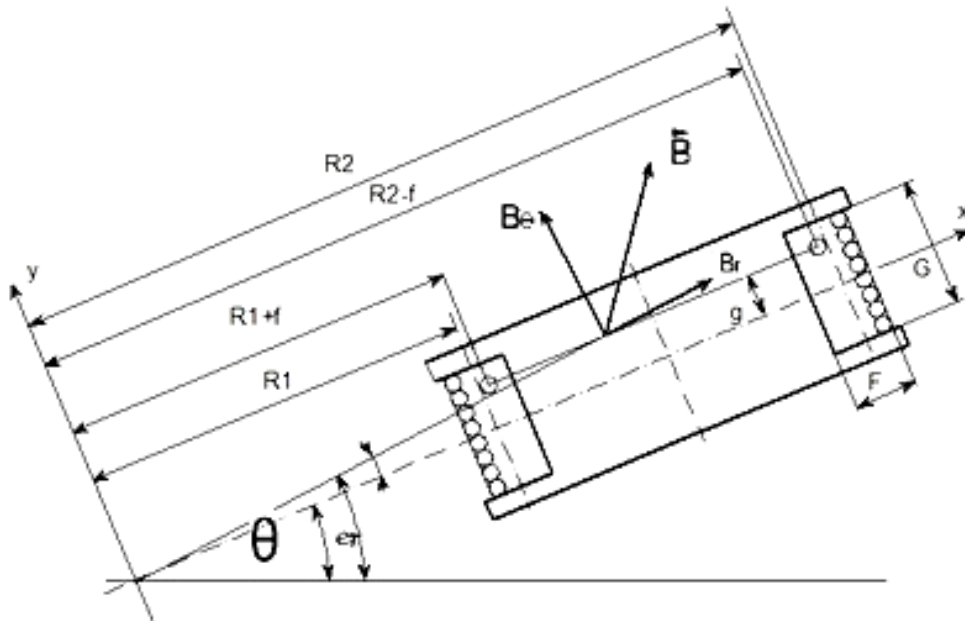


Рис. 14. Катушка с симметричным расположением витков

Однако:

$$B_y = B_r \sin \xi + B_\theta \cos \xi , \quad (2.8)$$

$$B_y = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( \frac{r}{R_{ref}} \right)^{n-1} (\cos n\theta \{b_n \sin(n-1)\xi - a_n \cos(n-1)\xi\} + \right. \\ \left. + \sin n\theta \{a_n \sin(n-1)\xi + b_n \cos(n-1)\xi\}) \right], \quad (2.9)$$

$$\Phi = \frac{w}{FG} L_{coil} \int_{-\frac{F}{2}}^{\frac{F}{2}} \int_{-\frac{G}{2}}^{\frac{G}{2}} \int_{R_1+f}^{R_2-f} B_y df dg dx , \quad (2.10)$$

Учтем, что

$$r = \sqrt{x^2 + g^2}, \quad (2.11)$$

$$\xi = \tan^{-1} \left( \frac{g}{x} \right) ,, \quad (2.12)$$

тогда

$$\Phi = \frac{w}{FG} L_{coil} \sum_{n=1}^{\infty} (-a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \times \quad (2.13) \\ \times \int_{-\frac{F}{2}}^{\frac{F}{2}} \int_{-\frac{G}{2}}^{\frac{G}{2}} \int_{R_1+f}^{R_2-f} \left( \frac{\sqrt{x^2 + g^2}}{R_{ref}} \right)^{n-1} \cos \left( (n-1) \tan^{-1} \left( \frac{g}{x} \right) \right) df dg dx,$$

В результате получим:

$$S_n = \frac{w}{FG} L_{coil} \int_{-\frac{F}{2}}^{\frac{F}{2}} \int_{-\frac{G}{2}}^{\frac{G}{2}} \int_{R_1+f}^{R_2-f} \left( \frac{\sqrt{x^2 + g^2}}{R_{ref}} \right)^{n-1} \cos \left( (n-1) \tan^{-1} \left( \frac{g}{x} \right) \right) df dg dx. \quad (2.14)$$

С помощью метода гармонических катушек, возможно измерить магнитное поле примерно до 8 гармоники.

## §2.5 Методы вычисления эффективной длины магнита.

Эффективная длина магнита – важный показательный параметр, поэтому его вычисление выполняется несколькими независимыми методами. Для вычисления эффективной длины магнита используются сигнал с общего витка в ложементе, а также с упомянутых в предыдущем параграфе катушек.

### Вычисление эффективной длины по данным с катушек.

Эффективная длина магнита  $L_{эф}$  определяется соотношением

$$L_{эф} = \frac{\iint_s B_y ds}{wB_0} = \frac{\int_{t_0}^{t_1} U dt}{wB_0}, \quad (2.15)$$

где  $w$ – ширина витка,  $B_0$  – значение в центре поля.

$$B_0 = \frac{\int_{t_0}^{t_1} U_0 dt}{S_0}, \quad (2.16)$$

где  $U_0$ – напряжение на центральной катушке.

Интегральные гармоники магнитного поля вычисляются суммированием гармоник с отдельно взятых катушек

$$B_n = \frac{1}{L_{эф}} \sum_{i=1}^5 B_{ni} l_i, \quad A_n = \frac{1}{L_{эф}} \sum_{i=1}^5 A_{ni} l_i, \quad n > 1 \quad (2.17)$$

По пяти катушкам:

$$L_{эф} = \frac{\sum_{i=1}^5 B_{1i} l_i}{B_{13}}, \quad (2.18)$$

По трем катушкам:

$$L_{эф} = \frac{\sum_{i=2}^4 B_{1i} l_i}{B_{13}}, \quad (2.19)$$

Для катушек, расположенных на краях магнита ( $i=1,5$ )  $l_i$  – совпадает с длиной катушки; для катушек с индексами 2,3 и 4  $l_i$  – принимается равным 1/3 длины дуги внутри магнита между границами катушек 1 и 5.  $A_{li}$ ,  $B_{li}$ ; – дипольные компоненты.

### Вычисление эффективной длины по данным с витка.

Предыдущий метод имеет существенный недостаток: делается предположение, что в зазорах между катушками поле не имеет «особенностей», т. е. соответствует необходимым требованиям. Для того, чтобы убедиться, что это действительно так, необходимо найти независимый метод измерения, учитывающий поле целиком. Для этого дополнительно в общем ложементе датчика предусмотрен общий виток шириной около 60 мм, покрывающий всю область существования магнитного поля в продольном направлении (Рис. 12.). Магнитный поток, измеряемый этим витком, позволяет определять значение эффективной длины, усредненное по ширине витка.

Опишем основную идею данного метода. Через виток проходит магнитный поток от всех гармоник поля, поэтому для определения  $L_{эф}$  по потоку через виток необходимо вычесть вклад в поток всех гармоник кроме первой.

$$L_{эф} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} B_1(s) ds}{B_{1max}}, \quad (2.20)$$

где  $B$  – значение величины индукции магнитного поля,  $B_1$  - для первой гармоники,  $B_{1max}$  - в центре поля.

Площадь витка 
$$S = \iint_S dS = \int_{R1}^{R2} \int_{\theta1}^{\theta2} r dr d\theta, \quad (2.21)$$

Магнитный поток через виток 
$$\Phi = \Phi_{B_1} + \Phi_{\sum_{n=2}^{\infty} B_n}, \quad (2.23)$$

Тогда 
$$\Phi_{B_1} = \Phi - \Phi_{\sum_{n=2}^{\infty} B_n} = \Phi - \int_S \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{r}{r_{ref}}\right)^{n-1} a_n dS, \quad (2.24)$$

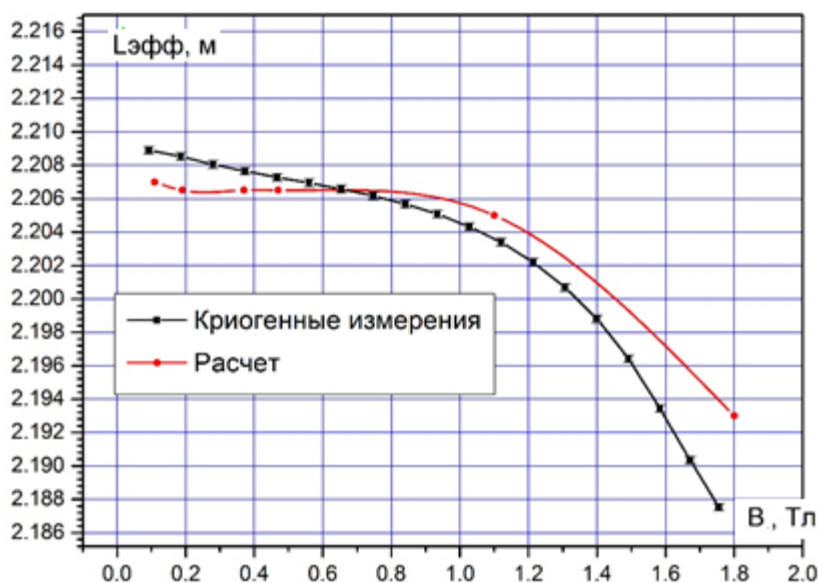
получаем 
$$L_{эф} = \frac{\Phi_{B_1}}{d} \quad (2.26)$$

где  $d$  – ширина витка

Этот метод является основным, а вычисления  $L_{эф}$  по данным с катушек являются дополнительными – для надежности и проверки точности измерения по витку.

## §2.6 Основные результаты и обсуждение

Для пред-серийного образца дипольного магнита бустера NICA была проведена серия «теплых» (с током до 100А при температуре окружающей среды) и «холодных» (с током до 10 кА при охлажденном до  $\sim 4.5\text{K}$  магните) измерений. Серия «теплых» измерений включает в себя данные, полученные до и после сборки/разборки ярма магнита, а также до и после демонтажа/монтажа датчика магнитометра внутрь ярма. Результаты обработки полученных данных представлены ниже.



**Рис. 15. Зависимость эффективной длины магнита от магнитного поля в центральной области по данным измерений гармоническими катушками**

Из Рис. 15. видно, что полученная эффективная длина с ростом величины поля (тока питания магнита) уменьшается (что связано с эффектами насыщения железного ярма) на 1.3%, а расчетное уменьшение составляет 0.06%. Данное расхождение может быть связано с неточностью расчетной модели в области краевого поля, где эффекты насыщения проявляются

наиболее сильно. Расчетные значения учитывают тепловое сжатие магнита при охлаждении до 4.5 К. В области малых полей у эффективной длины наблюдается зависимость от поля, которой нет в результатах расчета. Это проявление динамических эффектов, таких как токи намагничивания, связанных с тем, что измерения проводятся не в статическом магнитном поле, а в изменяющемся со скоростью 1.8 Тл/с поле.

Метад реализован численно в системе MathCad. Получены три значения параметра эффективной длины

По трем катушкам:  $L_{эф}=2.21099 \times 10^3 \text{ мм}$ ,

По пяти катушкам:  $L_{эф}=2.21093 \times 10^3 \text{ мм}$ ,

По витку:  $L_{эф}=2.21097 \times 10^3 \text{ мм}$ .

Все три результата соответствуют заявленным требованиям, а значит данный магнит вполне пригоден для эксплуатации в качестве структурного элемента ускорителя.

## **Заключение к Главе 2**

В Главе 2 описаны основные принципы магнитных измерений, а также основы системы измерительного стенда лаборатории магнитных измерений (ОИЯИ, г.Дубна). Рассмотрен метод гармонических катушек, приведены методы вычисления эффективной длины магнита для пред-серийного образца сверхпроводящего дипольного магнита бустера секторной формы (проект NICA), а также представлены и проанализированы результаты данных вычислений.



## Заключение

Данная работа проводилась в период с 10.02.16 по 20.03.16 во время прохождения практики в ОИЯИ, г. Дубна, в лаборатории магнитных измерений.

Изучены вопросы и проведены исследования:

- формы краевых полей магнитных элементов;
- влияния краевых полей на основные параметры магнитных элементов – в частности на параметр эффективной длины магнита;
- основных методов и технологий серийных измерений над магнитами

Получены результаты:

- значения эффективной длины  $L_{\text{эф}}$  дипольного сверхпроводящего секторного магнита бустера (проект NICA), вычисляемого тремя независимыми методами с требуемой точностью.

Возможные перспективы развития:

- оценка систематической погрешности метода гармонических катушек;
- оценка погрешности измерения высших гармоник поля

Анализ магнитных измерений позволяет построить распределение магнитного поля в любой точке. Это необходимо для контроля параметров магнитных элементов на данном этапе, а также для будущих экспериментов с участием пучка заряженных частиц. Приведенные методы измерений позволяют обеспечить достаточную точность в измерениях распределения магнитного поля, что является необходимой основой для успеха постановки научного эксперимента силами сотрудников ОИЯИ.

## Список литературы

1. Menant E., Quesnel J. P. Superconducting magnets// CERN Accelerator School. Montreux. Switzerland. CERN 92-05, 1992. P. 334-338.
2. Khodzhbagiyani H. et al.. 2014. Superconducting Magnets for the NICA Accelerator-Collider Complex pp. 4001304, June. IEEE Trans.Appl.Supercond.,24,N3 (параметры дипольного магнита)
3. Андрианов С. Н. *Динамическое моделирование систем управления пучками частиц*. Издательство СПбГУ, СПб, 2002.
4. Гаврилов Н.М., Сомов С.В. Оборудование для работы с ускоренными пучками: Учебное пособие. – М.: НИЯУ МИФИ, 2010. – 224 с.
5. Терешонков Ю.В. Математическое моделирование краевых полей в системах управления пучками частиц // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 10: Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2010. №2. С. 80-94.
6. L.Bottura, K.Henrichsen. Field measurements, CERN 2004-08, 2004, P.118–148.
7. B.Berkes. Hall generators// CERN Accelerator School. Montreux. Switzerland. CERN 92-05, 1992. P. 167-192.
8. W. Clark. Introduction to magnetic resonance and its application to dipole magnet testing// CERN Accelerator School. Montreux. Switzerland. CERN 92-05, 1992. P. 193-205.
9. Borisov V. V. et al. Magnetic measurement system for the NICA booster magnets // Proc. 5-th Intern. Particle Accelerator Conf. IPAC 2014. Dresden, Germany. June 15–20, 2014, P.2696-2698.
- 10.Kekelidze V. et al. NICA Project at JINR, Письма в ЭЧАЯ . 2012 . Т.9, No.4/5 . P.521-526 .
- 11.Walckiers. L. The harmonic-coil method // CERN Accelerator School. Montreux. Switzerland. CERN 92-05. 1992. P.138-166

---

## Приложение

### Общие данные проекта бустера

Ионы	$^{197}\text{Au}^{33+}$
Энергия инжекции	3 МэВ/нуклон
Максимальная энергия	600 МэВ/нуклон
Магнитная жесткость при инжекции	1,5 Тл·м
максимальная	25,0 Тл·м
Периметр	211,2 м
Кулоновский предел по интенсивности	$3 \cdot 10^9 \text{ A/q}^2 \text{ част/цикл}$
Критическая энергия	3,3 ГэВ/нуклон

### 2. Структура и магнитные элементы

Количество суперпериодов	4
периодов типа ДФО	24
дипольных магнитов	40
квадрупольных линз	48
Эффективная длина	
дипольных магнитов	2,2 м
квадрупольных линз	0,42 м
Индукция в дипольных магнитах	
при инжекции	0,11 Тл
максимальная	1,8 Тл
Градиент в линзах $\Phi$ при инжекции	1,51 Тл/м
максимальный	25,1 Тл/м
	−1,45 Тл/м

Максимальный	-24,6 Тл/м
Радиус кривизны в дипольных магнитах	14 м
Сагитта в дипольных магнитах	0 мм

### 3. Динамические характеристики структуры и пучка

Частоты бетатронных колебаний	4,75
Производные частот $Q_x/(G/G)\phi$	6,5
$Q_x/(G/G)_d$	-2,6
$Q_z/(G/G)\phi$	-2,6
$Q_z/(G/G)_d$	6,3
Хроматичность $DQ_x/(Dp/p)$	-6,8
$DQ_z/(Dp/p)$	-6,5
Коэффициент уплотнения орбит	0,05
Амплитуда скорректированной орбиты	3 мм
Акцептанс горизонтальный	250 $\pi \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад}$
вертикальный	64 $\pi \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад}$
Эмиттанс пучка при инжекции $E_{x,z}$	10 $\pi \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад}$
в конце ускорения $E_x$	1,7 $\pi \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад}$
$E_z$	2,0 $\pi \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад}$
Импульсный разброс при инжекции	$\pm 10^{-3}$
максимальный	$\pm 4 \cdot 10^{-3}$
в конце ускорения	$\pm 8 \cdot 10^{-4}$
Период обращения при инжекции	8,8 мкс
в конце ускорения	0,88 мкс